

فصل اول : مجموعه ها

۱- اگر ۳ عضو از اعضای مجموعه ای را حذف کنیم از تعداد زیر مجموعه های آن ۸۹۶ عضو کاسته می شود. این مجموعه چند عضو دارد؟

۲- تعداد زیر مجموعه های ۴ عضوی مجموعه ی اعداد طبیعی یک رقمی که شامل همه ی اعداد بخش پذیر بر ۳ باشد چند تا است؟

۳- تعداد زیرمجموعه های ۵ عضوی مجموعه ی اعداد طبیعی یک رقمی که فاقد اعداد فرد اول یک رقمی باشد چند تا است؟

۴- اگر مجموعه ی $A = \{a, b, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$ باشد. آنگاه $A - \{a, b\}$ چند زیر مجموعه ی محض غیر تهی دارد؟

۵- تمام زیر مجموعه های مجموعه ی $A = \{a, \emptyset, \{\emptyset\}\}$ را بنویسید.

۶- تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه ی $3^k + 3$ عضوی ۵۶ واحد بیشتر از مجموعه ی 3^k عضوی است مقدار k را بیابید.

۷- اگر تعداد اعضای مجموعه A ۳ تا کمتر از تعداد اعضای مجموعه B باشد و حاصل ضرب تعداد زیر مجموعه های B در A برابر ۳۲ باشد. تعداد اعضا و تعداد زیر مجموعه های هر کدام را بیابید.

۸- اگر $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ و $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ باشد. چند زیر مجموعه مانند X وجود دارد که در رابطه $(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$ صدق می کند.

۹- چند زیر مجموعه از مجموعه $A = \{a, \{a, b\}, \{a, b, c\}, \{a, b, c, d\}\}$ وجود دارد که فاقد $\{a, b\}$ باشد؟

۱۰- حداکثر چند تا از رابطه های زیر می تواند درست باشد؟

الف) $\in \in A$ ب) $\in \notin A$ پ) $\notin \in A$ ت) $\notin \notin A$

۱۱- اگر A یک مجموعه ی باشد. به زیر مجموعه هایی از A که زیر مجموعه ی همدیگر نباشند یک خانواده ی اسپرنر می گویند. برای مثال اگر $A = \{1, 2, 3\}$ دو زیر مجموعه ی زیر یک خانواده ی اسپرنری دوتایی است.

$\{1\}$ و $\{2, 3\}$

اگر $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ یک خانواده ی اسپرنری ده تایی از این مجموعه بنویسید.

۱۲- اگر همه ی اعضای یک مجموعه را به چند زیر مجموعه جدا از هم تقسیم کنیم . می گوییم آن مجموعه را افراز کرده ایم. برای مثال در زیر همه ی ۵ افراز مجموعه ی $\{1,2,3\}$ را داریم.

$$\{1,2,3\} - \{1\}, \{2,3\} - \{2\}, \{1,3\} - \{3\}, \{1,2\} - \{1\}, \{2\}, \{3\}$$

به تعداد افراز های یک مجموعه ی n عضوی عدد n ام بل می گویند.

چهارمین عدد بل را بیابید.

۱۳- فرض کنید $A = \{-2 + 4(n-1) : n \in N, n \leq 5\}$ آنگاه مجموع اعضای A را بیابید.

۱۴- چند مجموعه ی تک عضوی وجود دارد به طوری که هر عضو آن زیر مجموعه خودش باشد؟

۱۵- اگر مجموعه ای ۴۵ زیر مجموعه ی ۲ عضوی داشته باشد. چند مجموعه ی ۳ عضوی دارد؟

۱۶- مجموعه ی $\{a, b, \{a\}, \{b\}\}$ چند زیر مجموعه دارد که شامل a است؟

۱۷- اگر تعداد زیر مجموعه های فرد عضوی یک مجموعه ۱۶ تا باشد . این مجموعه چند عضو دارد؟

۱۸- اگر از تعداد اعضای یک مجموعه ۲ عدد کم کنیم از تعداد زیرمجموعه های آن 384 واحد کم می شود. این مجموعه چند عضو دارد؟

۱۹- تعداد زیر مجموعه های مجموعه $\{1, 2, \{1, 2\}\}$ چند تا است؟

۲۰- تعداد زیرمجموعه های 2^k+3 عضوی چند تا از تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه 2^k-1 عضوی بیشتر است /

۲۱- از یک گروه ۲۰ نفری دبیران یک دبیرستان ۱۰ نفر ریاضی ۹ نفر فیزیک و ۷ نفر شیمی درس می دهند. در صورتی که بدانیم ۴ نفر از دبیران هم ریاضی و هم فیزیک درس می دهند و هیچ کدام از دبیران ریاضی شیمی درس نمی دهند. در این دبیرستان چند نفر فقط فیزیک درس می دهند؟

۲۲- در یک نظر خواهی از یک کلاس ۷۸ نفری معلوم شد ۲۸ نفر به گروه الف و ۳۱ نفر به تیم ب و ۱۱ نفر به تیم الف و ب ۱۳ نفر به تیم ب و ج ۱۲ نفر به تیم الف و ج علاقه مندند. اگر ۱۲ نفر به هیچ تیم علاقه مند نباشند چند نفر به دو تیم علاقه مندند؟

۲۳- اگر A و B و C به ترتیب ۱۹ و ۱۲ و ۲۷ عضو و $A \cap B \cap C$ نیز ۷ عضو داشته باشد. آنگاه مجموعه ی

$$(A \cup B \cup C) - (A \cap B \cap C)$$

حداقل و حداکثر چند عضو دارد؟

۲۴- اگر از ۱۰۰ نفر از دانش آموزان یک کلاس ۹۰ نفر در ریاضی ۸۰ نفر در فیزیک و ۷۰ نفر در شیمی تجدید شده باشند. آن گاه تعداد افرادی که در هر سه درس تجدید شده اند حداقل و حداکثر چند تاست؟

۲۵- چند عدد دو رقمی طبیعی وجود دارد که هم مضرب ۳ و هم مضرب ۵ نباشد؟

۲۶- چند عدد بین ۳۰ تا ۳۰۰ وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۲ و ۵ بخش پذیر نیست؟

۲۷- از بین اعداد طبیعی کوچک تر از ۱۰۰۰ چند عدد نه مربع کامل است نه مکعب کامل؟

۲۸- در منطقه ای چهار روستا وجود دارد. به چند طریق می توان جاده های دو طرفه بین روستاها ساخت به نحوی که هیچ روستایی مفرد نماند؟ (یک جاده دوطرفه بین هر روستا)

۲۹- اجتماع دو مجموعه $\{a, \emptyset\}$ و $\{a, \{a\}, \{\emptyset\}\}$ چند عضو دارد؟

۳۰- فرض کنید $n \in \mathbb{N}$ و $\left\{x \mid \frac{1}{n} < x \leq \frac{3}{n}, x \in \mathbb{R}\right\}$ در این صورت $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ برابر است؟

۳۱- اگر $B \cap C = C$ و $A \cap B = B$ کدام گزینه درست است؟

الف) $A \subseteq B \subseteq C$ ب) $C \subseteq B \subseteq A$ پ) $A \subseteq C \subseteq B$ ت) $A = B = C$

۳۲- اگر $A \subseteq B \subseteq C$ باشد کدام یک از تساوی های زیر درست است؟

الف) $A \cap B = B$ ب) $A \cap B = B \cup C$ پ) $C \cap B = C$ ت) $A \cap C = C$

۳۳- اگر $(A - B) - C = \emptyset$ کدام گزینه درست است؟

الف) $A \subseteq B$ ب) $A \subseteq (B \cup C)$ پ) $A \subseteq C$ ت) $A \subseteq (B \cap C)$

۳۴- اگر $A-B=A \cap B$ آنگاه A کدام است؟

الف) $\emptyset$ ب) U پ) B ت) $\bar{B}$

۳۵- حاصل $[(A-B)-(B-A)] \cap [(B-A)-(A-B)]$ کدام است؟

الف) $\emptyset$ ب) $A-B$ پ) $B-A$ ت) $A \cap B$

۳۶- اگر A مجموعه ی اعداد طبیعی فرد کوچک تر از ۱۰۰ و $B = \{n(n+2), n \in A\}$ باشد. آنگاه مجموعه ی $A \cap B$ چند عضو دارد؟

۳۷- اگر $A = \{x | x^2 < 0, x \in R\}$ و $B = \{\emptyset\}$ و $C = \{\{\emptyset\}\}$ باشد کدام رابطه درست است؟

الف) $A \subseteq B$ ب) $B \subseteq A$ پ) $C \subseteq B$ ت) $A=B$

۳۸- اگر $A = \{1, 2, 3, \dots, 30\}$ و $B = \{x | x = 4n - 1, n \in N\}$ و $B \subseteq A$ باشد آنگاه B چند عضو دارد؟

۳۹- یک تاس رمز و یک تاس سبز را پرتاب می کنیم . احتمال اینکه مجموع دو عدد آمده ۷ باشد چند است؟

۴۰- یک سکه را سه بار پرتاب می کنیم . احتمال پیشامد اینکه حداقل یک بار رو بیاید را بیابید.

۴۱- یک سکه و یک تاس را با هم می اندازیم. احتمال اینکه عدد ۶ بیاید و سکه رو بیاید چند است؟

۴۲- تمام اعداد دو رقمی با ارقام مختلف از ارقام ۱ و ۲ و ۳ را روی کاغذ نوشته ایم . پس از مخلوط کردن یک کارت را انتخاب می کنیم . احتمال اینکه عدد ۲ روی کارت باشد چقدر است /

۴۳- از مجموعه ی اعداد ۱ تا ۱۰۰۰ عددی را انتخاب می کنیم . احتمال اینکه عدد انتخاب شده بر ۳ بخش پذیر باشد چند است؟

۴۴- از مجموعه ی اعداد طبیعی $1, 2, 3, \dots, N$ عددی را به تصادف انتخاب می کنیم. احتمال اینکه این عدد بر $0 < K \leq N$ چند است؟

۴۵- رمز یک فل عددی سه رقمی است که تنها با تنظیم صحیح سه رقم می توان رمز را باز کرد. با علم به تکراری نبودن احتمال کشف کردن تصادفی رمز فقط با یک بار را بیابید.

۴۶- اگر یک عدد چهار رقمی کمتر از ۵۰۰۰ به طور تصادفی با ارقام ۱ و ۳ و ۵ و ۷ و ۹ به وجود آید احتمال اینکه این عدد بر ۵ بخش پذیر باشد چند است؟

۴۷- یک جفت تاس مخصوص داریم که هر کدام از آن ها به جای اعداد ۱ تا ۶ دو عدد ۱ و دو عدد ۲ و دو عدد ۳ است. این دو تاس را با هم می اندازیم احتمال اینکه مجموع ارقام دو عدد ۵ باشد چقدر است؟